Ueber die ſo genannten *numeri abundantes*, oder die *Ueberfluſs mit ſich führenden Zahlen*, beſonders im *erſten Tauſend* unſrer Zahlen.

Lezte mathematiſche Kleinigkeit von dem allergnädigſt in Ruhſtand geſezten Dir. *Struve*,

womit zur

öffentlichen Prüfung

aller Claſſen

des K. Chriſtianeum

Mittewochs am 4ten April

Vormittags von 9 und Nachmittags von 3 Uhr an,

und zu den

feyerlichen Abſchiedsreden,

welche

ſechs unſrer geliebten Jünglinge

Freytags am 6ten April

Vormittags um 11 Uhr

in unſerm gröſsern Hörſaale

halten werden,

gehorſamſt und ergebenſt einladet

J. H. C. Eggers

Dr. der Philoſophie, jetziger erſter Profeſſor u. Director.

Altona 1787,

gedruckt in der Hammerich- und Heinekingſchen Buchdruckerey.

BIBLIOTHECA CHRISTIANEI ALTONENSIS

Ueber die so genannten *numeri abundantes*, oder die *Ueberfluss mit sich führenden Zahlen*, besonders im *ersten Tausend* unsrer Zahlen.

Lezte mathematische Kleinigkeit von dem allergnädigst in Ruhstand gesezten Dir. *Struve*,

womit zur

öffentlichen Prüfung

aller Classen

des K. Christianeum

Mittewochs am 4ten April

Vormittags von 9 und Nachmittags von 3 Uhr an,

und zu den

feyerlichen Abschiedsreden,

welche

sechs unsrer geliebten Jünglinge

Freytags am 6ten April

Vormittags um 11 Uhr

in unserm grössern Hörsaale

halten werden,

gehorsamst und ergebenst einladet

J. H. C. Eggers

Dr. der Philosophie, jetziger erster Professor u. Director.

Altona 1807,

gedruckt in der Hammerich- und Heinecking'schen Buchdruckerey.

BIBLIOTHECA CHRISTIANEI ALTONENSIS

BIBLIOTHEK
GERSTLAUER
CHEMNITZ

Unſere Zahlen werden bekanntlich eingetheilt in *Primzahlen*, die in keine Factoren zerfällt werden können, und in *zuſammengeſetzte Zahlen*, die wenigſtens Ein Paar Factoren haben. *Beyſpiele der erſteren* ſind 2, 3, 5, 7, 11, 13 u. ſ. w.; *der lezteren* ſind $4 = 2 . 2$, $6 = 2 . 3$, $8 = 2 . 4 = 2 . 2 . 2$, $10 = 2 . 5$, $12 = 2 . 6 = 3 . 4$, $2 . 2 . 3$ u. ſ. w.

Dieſe *zuſammengeſezten Zahlen* laſſen ſich ferner eintheilen, *einmal* in numeros amicabiles, ſ. amicos, das iſt *ſich befreundende Zahlen*, welche der Gegenſtand meines Oſterprogramms 1815 waren. Es ſind diejenigen Zahlenpaare, von denen jede in ihren Factoren nebſt der Einheit genau die andere angibt. *Beyſpiel.* Es iſt

$$220 \text{ in } 1 + 2 + 4 + 5 + 10 + 11 + 20 + 22 + 44 + 55 + 110 = 284,$$

$$\text{u. } 284 = 1 + 2 + 4 + 71 + 142 = 220.$$

Dieſer *Freundinnen* unter den Zahlen gibt es nur ſehr wenige, wie mein angeführtes Progr. zeigt.

Noch laſſen ſich *zweytens* die zuſammengeſezten Zahlen in *vollkommene*, num. perfectos, und in *vnvollkommene*, num. imperfectos, eintheilen. Die *erſteren* ſind diejenigen, welche in der Einheit nebſt ihren Factoren genau ſich ſelbſt enthalten. In den erſten 10000 ſind ihrer nur *vier*, nemlich

$$6 = 1 + 2 + 3;\ 28 = 1 + 2 + 4 + 7 + 14;$$
$$496 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 31 + 62 + 124 + 248;$$
$$\text{u. } 8128 = 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 + 127 + 254 + 508 + 1016 + 2032 + 4064,$$

von welcher lezten, 8128, die nächſt folgende 8191. 4096 = *33,550336* um *mehr als 33 Millionen* entfernt iſt. Alſo dieſer *Selbſtler*, oder *Egoiſten*, gibt es doch unter Zahlen nur äuſserſt wenige.

Eine *dritte* Eintheilung der zuſammengeſezten Zahlen iſt in *Ueberfluſs mit ſich führende*, und in *Mangel habende Zahlen*, *numeros vel abundantes*, *vel deficientes*. Dieſe ſollen, beſonders in ſo ferne ſie in dem erſten Tauſend unſrer Zahlen vorhanden ſind, der Gegenſtand folgender kleinen Abhandlung ſeyn.

Von

Von Ueberflufs mit ſich führenden Zahlen, kurz ausgedrückt durch *num. ab.*

I. Eine *Ueberflufs mit ſich führende Zahl*, ein num. ab., iſt *ein Product aus 3, oder mehreren, verſchiedenen Primzahlen, welches in ſeinen einfachen und zuſammengeſetzten Factoren nebſt der Einheit mehr enthält, als die Zahl ſelbſt ausmacht.* Der *kleinſte* num. ab. iſt $30 = 2 . 3 . 5$ in $1 + 2 + 3 + 5 + 6 + 10 + 15 = 42 > 30$; eine *gröſsere*, doch auch nur ein Product von 3 ſolchen Primzahlen, iſt 70 in $1 + 2 + 5 + 7 + 10 + 14 + 35 = 74 > 70$.

Wir drücken die *nur durch 3 verſchiedene Primzahlen* bewürkten num. ab. durch *abc*, und die *durch 4* durch *abcd* aus.

Von den num. ab. = *abc*.

II. Der *allgemeine Ausdruck* der num. ab. = abc iſt

$$(1 + a + b + c + ab + ac + bc) > abc,$$

links in 7 Gliedern, nemlich der *Einheit*, 3 *Unionen* a, b, c, und 3 *Binionen*, ab, ac u. bc.

III. Dieſe Formel in II. gibt bey bekannten a und b *für c die Gränzformel*

2ab

$$\frac{2ab}{ab-(a+b+1)} > c+1, \text{ oder } \frac{2}{1-\left(\frac{1}{a}+\frac{1}{b}+\frac{1}{ab}\right)} > c+1.$$

Nemlich von $(1+a+b+c+ab+ac+bc) > abc$ in II.

subtr. man $\quad c \quad +ac+bc = c+ac+bc$

bleibt $\quad (1+a+b+ab) > (abc-c-ac-bc)$

Dies dividirt mit $ab-1-a-b$

gibt $\frac{ab+a+b+1}{ab-a-b-1} > c$; hiezu addire man

$\frac{ab-a-b-1}{ab-a-b-1} = 1$, und man erhält

$$\frac{2ab}{ab-(a+b+1)} > c+1.$$

IV. Bey $a = 2$, aber $b = x$, unbestimmter Primzahl, ist

$$\frac{4x}{x-3} > c+1$$

die *Bestimmungs- und Gränzformel für $b = x$ und c Primzahlen.* Nemlich die Formel in III. ist alsdenn $\frac{4x}{2x-(2+x+1)} = \frac{4x}{x-3}$.

V. Bey diesem $a = 2$ und $b = x = 3$ kann c jede Primzahl seyn. Die Formel in IV zeigt dies links durch $\frac{4x}{x-3} = \frac{12}{0} = \infty$, und $\infty > c+1$ sagt: *c sey, was es wolle und könne, das unendliche ist immer grösser, als das endliche $c+1$.*

VI. Bey

VI. Bey $a = 2$ *und* $b = 3$ ist der *Ueberschuss* der num. ab. immer *12*, c sey was es wolle. Nemlich $1 + 2 + 3 + c + 6 + 2c + 3c$ ist $6c + 12$, und also immer 12 mehr, als $2.3.c = 6c$. *Beyspiele*:

A. Die 5 kleinsten sind

$30 = 2.3.5$ in $1+2+3+5+6+10+15 = 42$;
$42 = 2.3.7$: $1+2+3+7+6+14+21 = 54$;
$66 = 2.3.11$: $1+2+3+11+6+22+33 = 78$;
$78 = 2.3.13$: $1+2+3+13+6+26+39 = 90$;
u, $102 = 2.3.17$: $1+2+3+17+6+34+51 = 114$.

B. Zwey grössere geben die unsrer Jahrzahl 1827 am nächsten liegenden Primzahlen 1823 u. 1831 her;

$10938 = 2 . 3 . 1823$ in $1 + 2 + 3 + 1823 + 6 + 3646 + 5469 = 10950$, u.
$10986 = 2 . 3 . 1831$ in $1 + 2 + 3 + 1831 + 6 + 3662 + 5493 = 10998$.

VII. Dieser so aus 6c (V. u. VI.) entstehenden *Ueberfluss mit sich führenden Zahlen*, oder num. ab., gibt es in dem *ersten Tausend* unsrer Zahlen doch nur *36*, weil zwischen 5 u. 163 incl. nur 36 Primzahlen sind.

VIII. Aus $abc = 2 . 5 . c = 10c$ kann nur *ein einziger* num. ab., 70 mit $c = 7$, entstehen, weil

weil die Formel in IV. $\frac{4x}{x-3} > c + 1$ in $\frac{20}{2} = 10 > c + 1$ jeden höhern Werth von c ausschliefst. Auch ist, bey $c = 11$, $2.5.11 = 110$ in $1 + 2 + 5 + 11 + 10 + 22 + 55 = 106$ gleich eine *Mangel habende Zahl*, ein numerus deficiens.

IX. *Bey $a = 2$ kann b auch keinen Werth > 5 haben*, um ein c zuzulassen. Man drücke nur *b durch $5 + y$* aus, mit y nach einander 2, 6, 8 ... um $b = 7, 11, 13$ .. zu haben: so wird die Formel in IV. $\frac{4x}{x-3} > c + 1$ zu

$$\frac{4y+20}{y+2} > c + 1, \text{ d. i. } 4 + \frac{12}{y+2} > c + 1.$$

Hierin sind 2, 4 und 12 *beständige*, y aber um 2, 6, 8 ... *stets wachsende* Gröfsen, welches in $4 + \frac{12}{7} > c + 1$, $4 + \frac{12}{11} > c + 1$, $4 + \frac{12}{13}$ .. die *Unmöglichkeit einer zuläfsigen Primzahl* $c > 5$ *zeigt*.

Daher ist gleich $154 = 2.7.11$ in $1 + 2 + 7 + 11 + 14 + 22 + 77 = 134$ ein num. deficiens.

X. Zunächst käme $a = 3$, bey welchem aber *kein $b = x$ mit einem c* möglich ist. Nemlich die Formel in III.

2ab

$$\frac{2ab}{ab-(a+b+1)} > c + 1$$

ist hier links $\frac{6x}{3x-(x+4)} = \frac{6x}{2x-4} = \frac{3x}{x-2}$ $= 3 + \frac{6}{x-2}$. Aber in $3 + \frac{6}{x-2}$ sind 2, 3 u. 6 *beständig*, hingegen x in 5, 7, 11 . . *wächst* immer; daher ist kein c möglich. Also 3 . 5 . c $= 15c$ bildet *keine num. ab.*, sondern lauter deficientes. Das kleinste *Beyspiel 105* $= 3 \cdot 5 \cdot 7$ stellt in $1 + 3 + 5 + 7 + 15 + 21 + 35 = 87$ gleich eine solche Zahl auf.

XI. Auch *bey a* = 5, 7, 11 . ., also *bey irgend einem grössern Werthe als 3*, ist kein num. ab. = abc möglich. Nemlich die Gränzformel in III. $\frac{2ab}{ab-(a+b+1)}$ ist

bey a = 5, $\frac{10b}{5b-(b+6)} = \frac{10b}{4b-6} = \frac{5b}{2b-3} = 2\frac{1}{2} + \frac{7\frac{1}{2}}{2b-3}$

- - 7, $\frac{14b}{7b-(b+8)} = \frac{14b}{6b-8} = \frac{7b}{3b-4} = 2\frac{1}{3} + \frac{9\frac{1}{3}}{3b-4}$

- - 11, $\frac{22b}{11b-(b+12)} = \frac{22b}{10b-12} = \frac{11b}{5b-6} = 2\frac{1}{5} + \frac{13\frac{1}{5}}{5b-6}$

u. s. w.

Da nun bey a = 5, b wenigstens 7, bey a = 7, b wenigstens 11 seyn muss u. s. w.: so leuchtet die *Unmöglichkeit eines zulässigen c* ein.

Bey-

Beyſpiel. $385 = 5 . 7 . 11$ iſt hier in $1 + 5 + 7 + 11 + 35 + 55 + 77 = 191$ die kleinſte, aber ſchon groſsen Mangel habende, Zahl.

XII. Es gibt alſo nach VII. u. VIII. in dem *erſten Tauſend* unſrer Zahlen nur *37*, aus 3 einfachen verſchiedenen Factoren a, b u. c beſtehende *num. ab.*, von der kleinſten $30 = 2 . 3 . 5$ an bis zur gröſsten $2 . 3 . 163 = 978$ in $1 + 2 + 3 + 163 + 6 + 326 + 489 = 990$.

Von den num. *ab.* = *abcd.*

XIII. Für die aus 4 verſchiedenen Primzahlen a, b, c u. d entſtehenden num. ab. iſt die *allgemeine Formel*

$$\begin{matrix} 1 + a + b + c + d + ab + ac + ad \\ + bc + bd + cd + abc + abd + acd + bcd \end{matrix} \succ abcd,$$

links in 15 Gliedern, der *Einheit* nebſt den 4 *Unionen*, 6 *Binionen*, und den 4 *Ternionen*.

XIV. Die *d beſtimmende Gränzformel* für dieſe aus abcd entſtehenden num. ab. iſt

$$\frac{2\,abc}{abc - (ab + ac + bc + a + b + c + 1)} \succ d + 1.$$

Nemlich von der allgemeinen Formel in XIII.

$$\begin{array}{ll} & abc + abd .. + ab .. + a .. + 1 \succ abcd \\ \text{subtr. m.} & abd + acd + bcd + ad + bd + cd + d = abd + \ldots \\ \hline \text{bleibt} & abc + ab + .. + a \ldots + 1 \succ abcd - (abd + acd + .. + cd + d) \end{array}$$

Dies

Dies mit $abc-(ab+ac+\ldots+1)$ dividirt, gibt

$$\frac{abc+ab+ac+a+b+c+1}{abc-(ab+\ldots+1)} > d.$$

Hiezu addirt

$$\frac{abc-(ab+\ldots+1)}{abc-(ab+\ldots+1)} = 1, \text{ gibt}$$

$$\frac{2abc}{abc-(ab+ac+bc+a+b+c+1)} > d+1.$$

XV. Diese *Gränzformel* in XIV. läſst ſich *ſehr kurz* ausdrücken durch

$$\frac{z}{r} > d+1$$

worin der *Zähler* z als Dividend aus der *gedoppelten Ternion* aus a, b u. c beſteht, der *Nenner*, oder Diviſor, aber, als *Reſt*, wenn man von der einfachen Ternion die Summe der 3 Binionen und der 3 Unionen nebſt der Einheit ſubtrahirt, gut durch *r* iſt ausgedrückt worden. Sobald nun dies r *bejaht* wird, iſt $\frac{z}{r} > d+1$ völlig richtig; wird r aber *verneint*, und das wird es bey den kleinſten Werthen von a, b u. c: ſo hat man in $\frac{z}{-r} > d+1$ links etwas verneintes, und rechts etwas bejahtes. Man multiplicire aber nur mit $-r$, ſo erhält man

$$z > -r(d+1) = r.-(d+1)$$

und hierauf mit $+r$ dividirt $\frac{z}{r} > -(d+1)$ links bejaht, rechts verneint, und dadurch allgemein rich-

richtig für jeden sonst zulässigen Werth von c und d. Also

$$z : \pm r > \pm (d+1)$$

ist hier die ganz *allgemeine Gränzformel*, mit $z = 2abc$ u. s. w.

XVI. Dies z ist bey $a = 2$, $b = 3$ u. $c = 5$, $= 60$; r aber $= 30 - (1+2+3+5+6+10+15) = 30 - 42 = -12$. So haben wir

$$\frac{60}{12} = 5 > -(d+1),$$

mit unbeschränktem Spielraum für d, *weil*, wie auch die Beyspiele gleich zeigen werden, *die Ueberschüsse mit jedem höheren d zunehmen müssen.*

XVII. Indess im *ersten Tausend* unsrer Zahlen gibt es *nur 8* dieser unbegränzten Anzahl von num. ab. aus XVI., da für 30 d zwischen $d = 7$ bis 31 incl. nur 8 Primzahlen enthalten sind. *Aufstellung* der drey ersten, und der lezten dieser num. ab. $= 2.3.5.d = 30d$.

A. *210* $= 30.7$ hat an *Unionen* $1+2+3+5+7$ *zus. 18;* an *Binionen* $6+10+14+15+21+35$ *zus. 101*, und an *Ternionen* $30+42+70+105$, *zus. 247; in allem 366.* Also

$366 = 210 + 156$, mit *156* $= 12.13$ *erstem Ueberschusse.*

B. *330*

B. *330* = 30 . 11 hat an *Un.* 1 + 2 + 3 + 5 + 11 zuſ. *22;* an *Bin.* 6 + 10 + 22 + 15 + 33 + 55 zuſ. *141;* und an *Tern.* 30 + 66 + 110 + 165, zuſ. *371;* in Allem *534.* Alſo

534 = 330 + 204, mit *204* = *12 . 17 zweytem Ueberſchuſſe.*

C. *390* = 30 . 13 hat an *Un.* 1 + 2 + 3 + 5 + 13 zuſ. *24;* an *Bin.* 6 + 10 + 26 + 15 + 39 + 65 zuſ. *161;* an *Tern.* 30 + 78 + 130 + 195 zuſ. *433;* in allem *618.* Alſo

618 = 390 + 228, mit *228* = *12 . 19 drittem Ueberſchuſſe.*

D. *930* = 30 . 31 hat an *Un.* 1 + 2 + 3 + 5 + 31 zuſ. *42;* an *Bin.* 6 + 10 + 62 + 15 + 93 + 155 zuſ. *341;* an *Tern.* 30 + 186 + 310 + 465 zuſ. *991;* in allem *1374.* Alſo

1374 = 930 + 444, *mit Ueberſchuſs 444* = 12 . 37.

XVIII. In XVII. zeigt ſich für 30 d folgendes Geſetz: *Indem der erſte Ueberſchuſs 12 . 13 iſt bey d* = 7, *nimmt jeder folgende um ſo viele Zwölffache zu, als d an Einheiten zunimmt, ſo daſs bey d* = 7 + *x der Ueberſchuſs 12 . (13 + x) ſeyn muſs*, ein Geſetz, das ſich auch durch eine *allgemeine Formel*, deren Darthun nur hier zu viel Platz einnehmen würde, beweiſen läſst. Uns genüge

nüge ein grofses *Beyspiel.* Die nächste Primzahl nach unsrer jetzigen Jahrszahl 1827 ist 1831, und $7+x$ ist also 1831 mit $x = 1824$. Also muss $30 . 1831 = 54930$ einen *Ueberschuss* mit sich führen von nicht wenigerem als $12 . (13 + 1824) = 12 . 1837 = 4 . 5511 = 22044$.

Probe. Es enthält *54930* an *Un.* $1+2+3+5+1831$ zus. *1842*; an *Bin.* $6+10+3662+15+5493+9155$ zus. *18341*; an *Tern.* $30+10986+18310+27465$ zus. *56791*; im ganzen 76974, und

$$76974 - 54930 \text{ ist } 22044.$$

XIX. Das z in XV. ist, bey $a = 2$, $b = 3$ u. $c = 7$, $= 84$; r aber $= 42 - (1+2+3+7+6+14+21) = 42 - 54 = -12$ mit

$$\frac{84}{12} = 7 > -(d+1)$$

einem ebenfalls unbeschränkten Spielraume für num. ab. aus 42 d.

XX. Von diesen num. ab. aus 42 d gehören nur *5 in das erste Tausend* unsrer Zahlen, von *462* $= 42 . 11$ an bis *966* $= 42 . 23$. Ihre *Aufstellung:*

A. *462* enthält an *Un.* $1+2+3+7+11$ zus. *24*; an *Bin.* $6+14+22+21+33+77$ zus. *173*; an *Tern.* $42+66+154+231$ zus. *493*; in allem *690*, mit *Ueberschuss* $690-462 = 228$.

A.

B. *546* enthält $1+2+3+7+13$ zuſ. *26*; $6+14+26+21+39+91$ zuſ. *197*; und $42+78+182+273$ zuſ. *575*; in allen *798*, mit *Ueberſchuſs* $798-546=252$.

C. *714* enthält $1+2+3+7+17$ zuſ. *30*; $6+14+34+21+51+119$ zuſ. *245*; und $42+102+238+357$ zuſ. *739*; in allem *1014*, mit *Ueberſchuſs* $1014-714=300$.

D. *798* enthält $1+2+3+7+19$ zuſ. *32*; $6+14+38+21+57+133$ zuſ. *269*; und $42+114+266+399$ zuſ. *821*, in allem *1122*, mit *Ueberſchuſs* $1122-798=324$.

E. *966* enthält $1+2+3+7+23$ zuſ. *36*; $6+14+46+21+69+161$ zuſ. *317*; und $42+138+322+483$ zuſ. *985*, in allem *1338*, mit *Ueberſchuſs* $1338-966=372$.

Man ſieht: *die Ueberſchüſſe nehmen zu 228 um ſo viele Zwölffache zu, als d an Einheiten zu 11 zunimmt.*

XXI. Bey $a=2$, $b=5$, $c=7$, iſt z in XV. $=140$; r aber $=70-(1+2+5+7+10+14+35)=70-74=-4$. Alſo finden wiederum num. ab. aus 70d Statt. Sie ſind im erſten Tauſend unſrer Zahlen folgende 2:

A.

A. *770* = 70 . 11 enthält 1 + 2 + 5 + 7 + 11 zuſ. *26*; 10 + 14 + 22 + 35 + 55 + 77 zuſ. *213*; 70 + 110 + 154 + 385 zuſ. *719*; in allem *958*, mit *Ueberſchuſs* 958 − 770 = *188*.

B. *910* = 70 . 13 enthält 1 + 2 + 5 + 7 + 13 zuſ. *28*; 10 + 14 + 26 + 35 + 65 + 91 zuſ. *241*; 70 + 130 + 182 + 455 zuſ. *837*; in allem 1106, mit *Ueberſchuſs* 1106 − 910 = *196*.

XXII. In XXI. iſt der erſte Ueberſchuſs, bey d = 11, *47.4*, und der 2te bey d = 13 iſt *49.4*; alſo *die Ueberſchüſſe wachſen nach d = 11 um ſo viele Vierfache, als d an Einheiten zunimt.* Daher iſt bey d = 11 + x eine allgemeine Formel für den jedesmaligen Ueberſchuſs 4 (47 + x) = *188* + *4x*. So muſs bey d = 17, alſo x = 6, der Ueberſchuſs 4 . (47 + 6) = *212* ſeyn, und iſt es; *1190* = 70.17 enthält 1 + 2 + 5 + 7 + 17 zuſ. *32*: 10 + 14 + 34 + 35 + 85 + 119 zuſ. *297*; 70 + 170 + 238 + 595 zuſ. *1073*; in allem 1402, mit 1402 − 1190 = 212.

Hier mag noch ein groſses *Beyſpiel* aufgeſtellt werden. Es iſt 1831 − 11 = *1820*; folglich muſs der num. ab. 70 . 1831 = *128170* den Ueberſchuſs 4 . (47 + 1820) = 4 . 1867 = *7468* haben.

Es

Es enthält *128170*

Un.	*Bin.*	*Tern.*
	10	
1	14	
2	36 62	70
5	35	183 10
7	91 55	256 34
1831	128 17	640 85
zuſ. *1846*	zuſ. *25693*	zuſ. *108099*

Da iſt 108099 + 25693 + 1846 in allem 135638, und 135638 − 128170 gibt 7468 *Ueberſchuſs.*

XXIII. Der *Beweis* für das Geſetz in XVII. u. XVIII: bey abcd = 2.3.5.(7 + x) = 30(7 + x) iſt der *Ueberſchuſs* immer 12.(13 + x); ferner für XIX. u. XX: bey abcd = 2.3.7.(11 + x) = 42.(11 + x) iſt der *Ueberſchuſs* immer 12.(19 + x); und für XXI. u. XXII: bey abcd = 2.5.7(11 + x) = 70(11 + x) iſt der Ueberſchuſs immer 4.(47 + x); dieſe *Beweiſe* mögen hier noch unter A. B. u. C. hinzugefügt werden, weil ſie weniger Platz erfordern, als ich beſorgte.

A. Es iſt 2.3.5.(7 + x) = *210* + *30*x, und faſst in ſich an

Un. $1+2+3+5+7+x=18+x$;

Bin. $6+10+14+2x+15+21+3x+35+5x$
$=101+10x$;

Tern. $30+42+6x+70+10x+105+15x$
$=247+31x$

Alſo in allem $366+42x$, u. $(366+42x)-(210+30x)$ iſt *beſtändiger Ueberſchuſs* $156+12x=12(13+x)$

B. So iſt $2.3.7.(11+x)=462+42x$, und faſst in ſich an

Un. $1+2+3+7+11+x=24+x$;

Bin. $6+14+22+2x+21+33+3x$
$+77+7x=173+12x$;

Tern. $42+66+6x+154+14x$
$+231+21x=493+41x$

Alſo in allem $690+54x$ mit $(690+54x)-(462+42x)$ $=228+12x=12.(19+x)$ *beſtändigem Ueberſchuſſe.*

C. Ferner iſt $2.5.7.(11+x)=770+70x$, und faſst in ſich an

Un. $1+2+5+7+11+x=26+x$

Bin. $10+14+22+2x$
$+35+55+5x+77+7x=213+14x$;

Tern. $70+110+10x+154+14x$
$+385+35x=719+59x$.

Alſo in allem $958+74x$ mit $(958+74x)-(770+70x)$ $=188+4x=4.(47+x)$ *beſtändigem Ueberſchuſſe.*

XXIV.

XXIV. Wir brechen hier die Untersuchung ab, da die nächstfolgende kleinste Zahl abcd = 2.7.11.13 = *2002*, und die kleinste Zahl abcde = 2.3.5.7.11 = *2310* schon ins dritte Tausend gehören.

XXV. *Resultat für das erste Tausend unsrer Zahlen.* Es besteht 1000 von 1, 2, 3, 5 an bis 997 aus 169 *Primzahlen* und *831* zusammengesezten Zahlen. Die leztern bestehen nach XII. XVII. XX. und XXII. aus 37 + 8 + 5 + 2 zusammen aus

52 Ueberfluss mit sich führ. Zahlen, num. ab.; ferner aus

3 sogenannten vollk. Zahlen num. perf., nemlich 6, 28, und 496; und aus

776 Mangel habenden Zahlen, num. defic., welche mit

169 Primzahlen, zusammen

1000 ausmachen.

Schlussanmerkung.

XXVI. Mein Programm von 1815 hob an mit dem Titel:

„Freunde sind selten, sind schwer zu finden;
„so unter Zahlen, wie unter Menschen."

und endigte wegen der Bemerkung, dass unter mehr als 32 Millionen Zahlen nicht mehr als 5

ſich vollkommen dünkende Zahlen ſind, mit dem herzlichen Wunſche:

„Mögte doch unter uns Menſchen Eigendünkel und Selbſtſucht eben ſo ſelten werden!“

Fänden nun die Verhältniſſe zwiſchen den Zahlen in XXV. zu ihrer Summe 1000 auch zwiſchen der reſpectiven Anzahl der mit verſchiedenem Erfolge mehr und weniger arbeitenden Claſſe zu der Summe von 1000 arbeitsfähigen Menſchen (Kinder alſo, Greiſe u. ſ. w. ausgeſchloſſen) Statt: ſo könnte man ſagen:

„Von 1000 arbeitsfähigen Menſchen arbeitet über $\frac{1}{6}$ (169) mit ſo glücklichem Erfolge, daſs ſie nicht nur ſelbſt ihr gutes Auskommen haben, ſondern noch gut $\frac{1}{20}$ (52) ihrer Mitmenſchen Ueberfluſs verſchaffen, ohne daſs dieſe zu arbeiten brauchen. Dagegen gut $\frac{3}{4}$ von 1000 Menſchen (776) arbeiten zwar, klagen aber doch über Mangel, welcher einige auch wirklich drückt, aber die mehrſten klagen nur, weil ſie gerne noch mehr hätten, obgleich ſie bey Arbeit und Sparſamkeit ihr hinreichendes, ja einige ſogar ein reichliches Auskommen haben.“

Uebrigens beherzige und befolge ein jeder von uns die bekannte Aufforderung: *bete und arbeite*, denn *an Gottes Seegen iſt alles gelegen!*

Unter dem 20ſten Febr. d. J. haben Se. Königliche Majeſtät geruhet, den verdienſtvollen Director und erſten Profeſſor des Gymnaſiums, Dr. *J. Struve*, der zuerſt ſeit 1791 abwechſelnd mit dem unvergeſslichen Juſtizrath *Henrici*, nachher ſeit 1794 allein die Angelegenheiten unſers Gymnaſiums mit Einſicht geleitet, und faſt 50 Jahre hindurch an mehreren Gelehrtenſchulen zum Beſten der ſtudirenden Jugend mit dem beſten Erfolge gewirkt hat, ſeines Amtes auf ſein Anſuchen in Gnaden zu entlaſſen. Berufen in die Stelle dieſes würdigen Mannes, den ich als den Lehrer meiner Jugend dankbar verehre, hielt ich es für meine erſte Pflicht, dahin zu ſtreben, daſs die durch dieſen Abgang entſtandenen Lücken in unſerm Lehrplan bei der geringen Anzahl der ordentlichen Lehrer durch einſtweilige Uebertragung einiger Stunden an geſchickte Hülfslehrer ſogleich wieder ausgefüllt werden möchten. Mit Genehmigung Eines Hochanſehnlichen Gymnaſiarchal-

col-

collegiums ſind daher den Herren Candidaten *Sievers* und *Feldmann* mehrere Lectionen in den beiden unteren Klaſſen anvertraut worden. Da nun auſserdem der geſchickte Lehrer der franzöſiſchen Sprache, Herr *Ropſy*, mit einer Bereitwilligkeit, die uns zum öffentlichen Danke verpflichtet, vorläufig den Unterricht im Franzöſiſchen auch in den oberen Klaſſen übernommen, und keiner der andern Lehrer ſich auf die durch das Geſetz ihm vorgeſchriebene Stundenzahl beſchränkt hat: ſo iſt es uns möglich geworden, nicht allein die Lehrgegenſtände, die zu einer gründlichen Vorbereitung für die Univerſität erfordert werden, in unſern Lehrplan vollſtändig aufzunehmen, ſondern auch alle bisherige Verbindungen zweier Klaſſen, die nur irgend nachtheilig werden können, ganz aufzuheben. Nur beim Unterricht im Hebräiſchen ſind noch bis weiter wegen der geringen Anzahl derer, die ſich jetzt bei uns für das Studium der Theologie vorbereiten, die beiden oberen, und beim Unterricht im Schreiben, Rechnen und Zeichnen, wo jeder einzelne Schüler mehr für ſich allein vom Lehrer beſchäftigt wird, die beiden unteren Klaſſen mit einander verbunden. So hoffen wir jeder billigen Erwartung vorläufig Genüge geleiſtet zu

haben,

Interimistische Lectionentabelle.

Stunden	Montags.	Dienstags.	Mittwochs.	Donnerstags.	Freitags.	Sonnabends.
			Selecta.			
8 bis 9.	*K.* Englisch.	*K.* Englisch.	*E.* Thukydides.			*E.* Lat. Stil.
9–10.	*E.* Cicero.	*E.* Cicero.	*F.* Philosophie.	*E.* Euripides.	*E.* Euripides.	*F.* Theologie.
10–11.	*E.* Thukydides.	*E.* Thukydides.	*K.* Tibull.	*K.* Horaz.	*K.* Horaz.	*K.* Deutscher Stil.
11–12.	*F.* Tacitus.	*F.* Tacitus.	*K.* Deutsche Literatur.	*E.* Cicero.	*E.* Lat. Stil.	
2– 3.		*R.* Französisch.		*F.* Geschichte.	*F.* Geschichte.	
3– 4.	*E.* Hebräisch.	*E.* Hebräisch.		*E.* Mathematik.	*E.* Mathematik.	
4– 5.	*K.* Dänisch.	*K.* Dänisch.		*K.* Dänisch.	*K.* Dänisch.	
			Prima.			
8– 9.			*F.* Livius.	*K.* Englisch.		*F.* Christl. Moral.
9–10.	*F.* Geschichte.	*F.* Geschichte.	*K.* Englisch.	*K.* Lat. Dichter.	*K.* Lat. Dichter.	*K.* Latein. Dichter.
10–11.	*F.* Griechische Prosaiker.	*F.* Griech. Prosaiker.	*E.* Cicero.	*E.* Homer.	*E.* Homer.	*E.* Mathematik.
11–12.	*E.* Cicero.	*E.* Cicero.	*F.* Griech. Prosaiker.	*F.* Livius.	*F.* Livius.	
2– 3.	*R.* Französisch.	*K.* Deutsche Gramm.		*K.* Alte Geographie.	*K.* Alte Geographie.	
3– 4.	*E.* Hebräisch.	*E.* Hebräisch.		*F.* Lat. Stil.	*R.* Französisch.	
			Secunda.			
8– 9.	*S.* Religion.	*S.* Religion.	*Kr.* Rechnen.	*Kr.* Rechnen.	*Kr.* Rechnen.	*Kr.* Rechnen.
9–10.	*K.* Geographie.	*K.* Geographie.	*E.* Nepos.	*F.* Geschichte.	*F.* Geschichte.	*E.* Nepos.
10–11.	*Fm.* Ovid.	*Fm.* Ovid.	*F.* Griechisch.	*F.* Cäsar.	*F.* Cäsar.	*F.* Griechisch.
11–12.	*Kr.* Schreiben.	*Kr.* Schreiben.	*Fm.* Deutsche Sprache.	*B.* Zeichnen.	*B.* Zeichnen.	
2– 3.	*Kr.* Rechnen.	*F.* Cäsar.		*R.* Französisch.	*R* Französisch.	
3– 4.	*F.* Griechisch.	*F.* Griechisch.		*Fm.* Lat. Gramm.	*Fm.* Lateinschreiben.	
			Tertia.			
8– 9.	*F.* Griechisch.	*Fm.* Latein.	*Kr.* Rechnen.	*S.* Religion.	*S.* Religion.	*Kr.* Rechnen.
9–10.	*S.* Geographie.	*S.* Geographie.	*Kr.* Deutsche Sprache.	*Kr.* Rechnen.	*Kr.* Rechnen.	*Kr.* Deutsche Sprache.
10–11.	*Kr.* Histor. Vorkenntn.	*Kr.* Histor. Vorkenntn.	*Fm.* Latein.	*Kr.* Schreiben.	*Kr.* Schreiben.	*Fm.* Latein.
11–12.	*Kr.* Schreiben.	*Kr.* Schreiben.	*B.* Zeichnen.	*B.* Zeichnen.	*B.* Zeichnen.	
2– 3.	*Fm.* Latein.	*Fm.* Latein.		*Fm.* Latein.	*Fm.* Latein.	
3– 4.	*R.* Französisch.	*R.* Französisch.		*R.* Französisch.	*F.* Griechisch.	

Stunden	Montags.	Dienstags.	Mittwochs.	Sel
8 bis 9.	K. Englisch.	K. Englisch.	L. Thukydides.	
9–10.	K. Cicero.	K. Cicero.	F. Philosophie.	
10–11.	L. Thukydides.	L. Thukydides.	K. Tibull.	
11–12.	F. Tacitus.	F. Tacitus.	K. Deutsche Literatur.	
2–3.		R. Französisch.		
3–4.	K. Hebräisch.	K. Hebräisch.		
4–5.	K. Dänisch.	K. Dänisch.		
8–9.			F. Livius.	
9–10.	F. Geschichte.	F. Geschichte.	K. Englisch.	
10–11.	K. Griechische Prosaiker.	F. Griech. Prosaiker.	K. Cicero.	
11–12.	K. Cicero.	K. Cicero.	F. Griech. Prosaiker.	
2–3.	R. Französisch.	K. Deutsche Grammatik.		
3–4.	K. Hebräisch.	K. Hebräisch.		
8–9.	S. Religion.	S. Religion.	Kr. Rechnen.	
9–10.	K. Geographie.	K. Geographie.	K. Nepos.	
10–11.	Pm. Duth.	Pm. Duth.	K. Griechisch.	
11–12.	Kr. Schreiben.	Kr. Schreiben.	Pm. Deutsche Sprache.	
2–3.	Kr. Rechnen.	F. Sasar.		
3–4.	F. Griechisch.	F. Griechisch.		
8–9.	K. Griechisch.	Pm. Latein.	Kr. Rechnen.	
9–10.	S. Geographie.	S. Geographie.	Kr. Deutsche Sprache.	
10–11.	Kr. Hilfsw. Vorkenntn.	Kr. Hilfsw. Vorkenntn.	Pm. Latein.	
11–12.	Kr. Schreiben.	Kr. Schreiben.	K. Zeichnen.	
2–3.	Pm. Latein.	Pm. Latein.		
3–4.	R. Französisch.	R. Französisch.		

haben, und wir werden, sobald die beiden noch vacanten Lehrstellen besetzt sein werden, nur noch in einzelnen Fächern, besonders in der Religion, in der Mathematik und im Griechischen, unserm Lehrplan eine grössere Ausdehnung geben. Das nächste Programm wird unsere ganze innere Verfassung darlegen, und alle die Einrichtungen bekannt machen, welche wir zum Besten des Gymnasiums für nöthig erachtet haben werden. Jetzt füge ich nur noch ausser den herkömmlichen Nachrichten über den Bestand unserer Selecta die *Lectionentabelle* bei, welche die obigen Angaben vollkommen bestätigen wird.

Am

Am Schluſſe des vorigen Lehrjahrs war die Anzahl unſerer Selectaner nach dem vorjährigen Programm 25. Da aber kurz vor Oſtern noch Einer derſelben, ohne ſeine Schulſtudien ganz beendigt zu haben abgegangen war, ſo waren eigentlich nur 24 bei uns zurückgeblieben. Von dieſen gingen 5 um Oſtern 1826 ab, und nur 4 wurden neu aufgenommen. Daher war unſere Frequenz am Anfange des Sommerhalbenjahres 23. Im Laufe des Sommers ging Einer von dieſen aus häuslichen Gründen ab; einen andern,

Carl Theodor Kuhlenſchmidt,

aus Altona,

entriſs uns der unerbittliche Tod in der ſchönſten Blüthe ſeines Alters. Um Michaelis gingen 4 Selectaner, aus Gründen, denen wir unſere Zuſtim-

ſtimmung nicht verſagen konnten, ohne öffentliche Abſchiedsreden ab:

Johann Chriſtian Kuhlenſchmidt,
aus Altona,

Bernard Islear Magnuſſon,
aus Altona,

Paul Wilhelm von Aſpern,
aus Altona,

Peter Detlev Witt,
aus St. Margarethen.

So blieben bei uns 17, und mit 2 neu aufgenommenen 19. Von dieſen ging Einer ſchon um Neujahr ab, und die Zahl der Selectaner beträgt am Schluſſe des Lehrjahrs 18. Zehn derſelben ſind jetzt im Begriff zur Univerſität abzugehen, von welchen aus häuslichen Gründen 4 privatim von uns Abſchied genommen haben, nemlich:

Saul Levy Wohl,
aus Altona,

Carl Friedrich Georg Deſtinon,
aus Segeberg,

Carl Wilhelm Grave,
aus Zeven,

Jacob Meyer,
aus Altona;

fol-

folgende 6 aber öffentliche Abschiedsreden halten werden, nemlich:

Johannes Christian Jessen,
aus Wandsbeck,
deutsch über die Wirkungen des Wiederaufblühens der Wissenschaften in Italien,

Georg Friedrich Semper,
aus Altona,
lateinisch über den Einfluss, welchen das Studium der Natur auf das Leben der Menschen hat;

Claus Heinrich Behrens,
aus Altona,
deutsch über den Einfluss, welchen die Vaterlandsliebe auf die Erhaltung und Vervollkommnung der Staaten hat;

Friedrich Ernst Hinrich Ahrens,
aus Wöhrden,
deutsch über den Ausspruch: die Weltgeschichte ist das Weltgericht;

Georg Heinrich Junge,
aus Elmshorn,
lateinisch über die Mittel, sich wahren Nachruhm zu erwerben; und

Jürgen Christian Buchheister,
vom Hamburgerberge,
deutsch über den Satz: das Leben — ein Traum.

Zu

Zu dieſen öffentlichen Abſchiedsreden, ſo wie zu der Feyerlichkeit des öffentlichen Examens, laden wir Se. Excellenz, unſern verehrungswürdigen Herrn Protogymnaſiarchen, die übrigen Mitglieder des hochanſehnlichen Gymnaſiarchalcollegiums, das ehrwürdige Miniſterium, den hochlöblichen Magiſtrat, die bürgerlichen Collegien, und jeden, der an unſerer Lehranſtalt freundlichen Antheil nimmt, ehrerbietig und ergebenſt ein.

Zu diesen öffentlichen Abschiedsreden, so wie zu der Feyerlichkeit des öffentlichen Examens, laden wir Sr. Excellenz, unsern verehrungswürdigen Herrn Protegyrmnasiarchen, die hiesigen Mitglieder des hochansehnlichen Gymnasialcollegiums, das ehrwürdige Ministerium, den hochlöblichen Magistrat, die bürgerlichen Collegien, und jeden, der an unserer Lehranstalt freundlichen Antheil nimmt, ehrerbietig und ergebenst ein.